

САМАРСКИЙ ДВОРЕЦ ДЕТСКОГО И ЮНОШЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ
SAMRAS-2017
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ
ЗАОЧНОГО ТУРА № 1



Самара, 2017г.

Дорогие Друзья!

Все задачи, представленные Вашему вниманию в данном релизе, являются оригинальными и составлены в соответствии с *Перечнем вопросов по астрономии, рекомендуемых предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады по астрономии и физике космоса для подготовки школьников 8-9 классов к решению задач заключительного этапа Олимпиады.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач заочной олимпиады по астрономии SAMRAS-2017 среди обучающихся 8-9 классов заочного тура № 1». – <http://v937184r.bget.ru/SamRAS.htm>

Автор задач – Филиппов Юрий Петрович, научный руководитель школы, старший преподаватель кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева, к.ф.-м.н., методист СДДЮТ.

Верстка в системе L^AT_EX – Филиппов Ю.П.

Памятка участника SamRAS-2017

- 1. Официальная страница Астрошколы:*
<http://v937184r.bget.ru/SamRAS.htm>
- 2. Официальная группа в VK:* <http://vk.com/samrasolimp>
- 3. Сроки подачи работ SamRAS-2017 тура № 1 на проверку:*
10.10.2016-15.12.2016!!!
- 4. Электронный ящик SamRAS-2017:* samrasolimp@mail.ru
- 5. Методические указания по решению задач заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2017:*
[http://v937184r.bget.ru/AstroSchool/Basic%20Documents/Guide-on-Tasks\[2017\]_SamRAS.pdf](http://v937184r.bget.ru/AstroSchool/Basic%20Documents/Guide-on-Tasks[2017]_SamRAS.pdf)

ИЛИ

https://vk.com/doc-57032141_437742356

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника заочной олимпиады SamRAS-2017, внимательно ознакомьтесь с «**Методическими указаниями по решению задач заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2017**»! Электронный адрес последних указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Красная площадь и Луна»

Условие. Многократным победителем и призером олимпиады SamRAS 2014-2015 гг, Желтоуховым Сергеем 9 мая 2016 года, незадолго до праздничного салюта в г. Москве, была сделана фотография Кремля (см. рис. 1), на которой также запечатлена Луна. На копии данной фотографии укажите направление на Солнце. К какой фазе Луны (новолунию, первой четверти, полнолунию, последней четверти) ближе всего по времени была сделана эта фотография? (3 балла).



Рис. 1: Луна на фоне праздничного Кремля в г. Москва, 09.05.2016 года (автор – Сергей Желтоухов, источник – <https://vk.com/astro.nomy>).

Задача № 2. «Панорама звездного неба и объекты космоса»

Условие. Белорусским астрофотографом Виктором Малыщицем в апреле 2016 года с территории Белоруссии была получена фотография ночного

пейзажа и панорамы звездного неба (см. рис. 2). Какие типы объектов космоса запечатлены на данной фотографии? Расположите эти объекты в порядке возрастания их линейных размеров, с указанием этих размеров. (3 балла).

Задача № 3. «Стадии солнечного затмения»

Условие. На рис. 3.а-б) представлены фотографии явления солнечного затмения с указанием сторон света, полученные вблизи истинного полудня. Известно, что направление собственного движения лунного диска в это время было параллельно горизонту. Определите по рисунку какая стадия затмения: начальная или финальная запечатлена на каждой из фотографий? Какого вида солнечное затмение можно было наблюдать в каждом случае: частное или центральное? Свой ответ поясните. (3 балла).

Задача № 4. «Максимальная продолжительность солнечного затмения»

Условие. С использованием фотографий 3.а-б) явления солнечного затмения, определите, в каком случае продолжительность затмения была больше? Оцените его продолжительность, если известно, что угловые диаметры Солнца и Луны на моменты наблюдений были равны $D''_{\odot} = D''_{\zeta} = 32'$, а сидерический период обращения Луны равен $T_{\zeta} = 27.32$ сут. Собственным движением Солнца по эклиптике пренебречь. (4 балла).

Задача № 5. «Обратное вращение Земли и продолжительность земных суток»

Условие. Как известно, направления обращения Земли вокруг Солнца и ее вращательного осевого движения совпадают. При этом продолжительность суток на Земле составляет $S_{\oplus}^{(1)} = 24^{\text{ч}}00^{\text{м}}$, а сидерический период осевого вращения нашей планеты равен $P_{\oplus} = 23^{\text{ч}}56^{\text{м}}$. Насколько отличалась продолжительность суток на Земле (с точностью до секунды) от настоящего значения, если бы Земля вращалась в обратном направлении вокруг своей оси? Наклоном экватора планеты к плоскости ее орбиты пренебречь. (4 балла).

Задача № 6. «Масса одной чайной ложки темной материи»

Условие. На просторах Рунета бытует мнение, что одна чайная ложка "с горкой" холодной темной материи (ХТМ) имеет такую же массу как целая планета Земля (масса последней – $M_{\oplus} = 5.97 \cdot 10^{24}$ кг). Проверьте, так ли это на самом деле? Для этого следует учесть, что масса (m_{CDM}) одной частицы ХТМ может принимать значения из интервала $(10^2 \div 10^3) m_n$, где m_n – масса покоя нейтрона. Средняя плотность нейтронной материи $\rho_n \approx 3 \cdot 10^{17}$ кг/м³. Связь плотностей ХТМ и нейтронной материи при одинаковых условиях представляется в виде $\rho_{CDM}/\rho_n = (m_{CDM}/m_n)^4$. Масса воды в одной чайной ложке равна 5 грамм, а ее плотность – $\rho_w = 10^3$ кг/м³. (5 баллов).



Рис. 2: Ночной пейзаж + панорама звездного неба (автор – Виктор Малыщиц, источник – <https://vk.com/malyshchyts>).

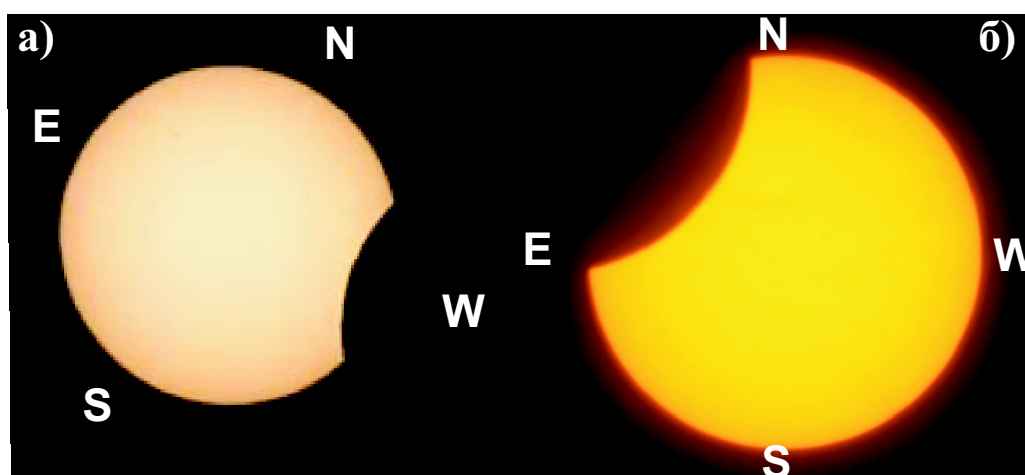


Рис. 3: две фотографии явления солнечного затмения.

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «Самые быстрая и медленная точки поверхности Земли»

Условие. Какая точка поверхности Земли обладает наибольшей, а какая – наименьшей скоростью относительно Солнца? Чему равны их скорости? В расчетах следует полагать орбиту Земли круговой и наклонением экватора к плоскости земной орбиты следует пренебречь. (6 баллов).

Задача № 8. «Трио ярких светил весеннего неба»

Условие. Белорусским астрофотографом Виктором Малыщицем в начале мая 2016 года с территории Белоруссии была получена фотография ночного пейзажа и панорамы звездного неба (см. рис. 4).

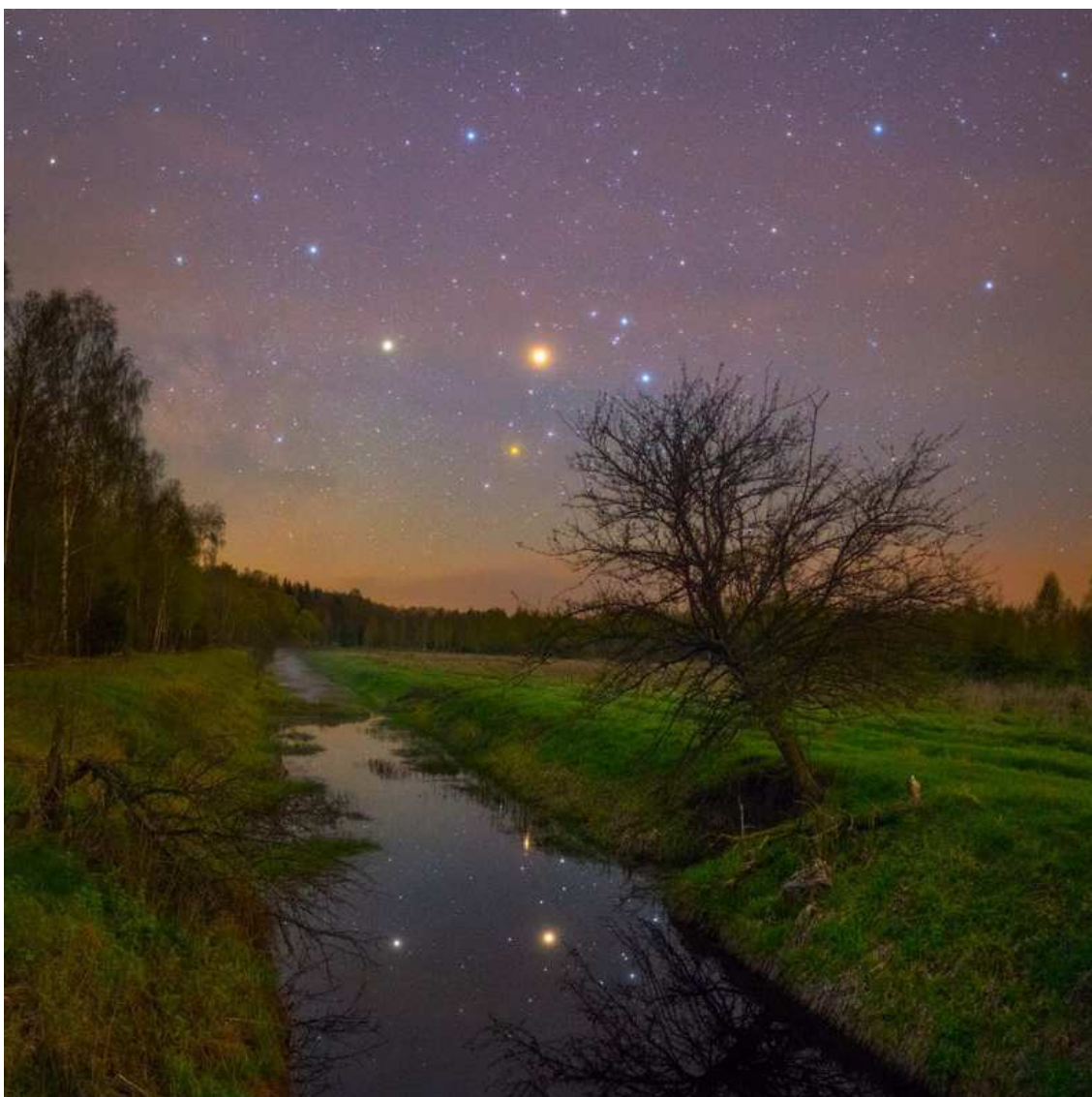


Рис. 4: Ночной пейзаж + панорама звездного неба с "летним треугольником" из ярких светил (автор – Виктор Малыщиц, источник – <https://vk.com/malyshchyts>).

На данной фотографии среди прочих светил небосвода выделяются три наиболее ярких светила (выглядят на фото как шарики конечного радиуса), образующие почти прямоугольный треугольник. В момент создания фото-

графии водный канал располагался относительно астрофотографа вдоль полуденной линии, при этом свет от Полярной звезды падал ему в затылок. Известны экваториальные координаты этих светил – 1: ($\alpha_1 = 16^{\text{h}}57^{\text{m}}01^{\text{s}}$, $\delta_1 = -20^\circ49'50''$); 2: ($\alpha_2 = 16^{\text{h}}23^{\text{m}}07^{\text{s}}$, $\delta_2 = -21^\circ42'45''$); 3: ($\alpha_3 = 16^{\text{h}}30^{\text{m}}25^{\text{s}}$, $\delta_3 = -26^\circ28'01''$). С использованием сторонних источников информации, определите, какие именно три ярких объекта были зафиксированы на фото? Укажите на копии данной фотографии а) их названия, б) индексы ("1", "2", "3") пар экваториальных координат, которые следует правильно сопоставить данным объектам; в) созвездия, в которых они находились. (7 баллов).

Задача № 9. «Бинокль и наблюдения объектов ночного неба»

Условие. Начинаящий астроном-любитель приобрел для наблюдений объектов ночного небосвода бинокль Nikon Aculon A211 8 × 42, основные характеристики которого представлены в таблице 1.

Параметр	Γ	D , мм	ω , град	d , мм
Значение	8×	42	8	5.3

Γ – угловое увеличение бинокля, D – диаметр объектива, ω – угловое поле зрения бинокля, d – диаметр выходного зрачка.

Таблица 1: Основные характеристики бинокля Nikon Aculon A211 8 × 42.

Следует учесть, что в темное время суток разрешающая способность глаз астронома падает до $4'$, при этом в условиях городской засветки, атмосферной пылевой дымки и повышенной влажности, проникающая сила инструмента на 1.5^{m} меньше значения, соответствующего случаю идеальных условий наблюдений. Какие из представленных в таблице 2 объектов Вы рекомендуете ему пронаблюдать?

При составлении рекомендации следует учесть, что все составляющие данные объектов должны быть отчетливо видны в бинокль, при этом в поле зрения бинокля должны полностью помещаться указанные составляющие. (8 баллов).

Задача № 10. «Крабовидная туманность: расширение и возраст»

Условие. На рис. 5 представлена фотография Крабовидной туманности. К какому классу туманностей Вы можете ее отнести? Какова причина образования данной туманности? Определите скорость изменения углового радиуса Крабовидной туманности (угл. мин в столетие), если известно, что ее верхние слои в настоящее время разбегаются со скоростью 1.5 тыс. км в секунду (относительно центра туманности), ее угловые размеры равны $6' \times 4'$, а расстояние до туманности равно $r = 2000$ пк. Оцените, какое количество лет назад произошло событие, в результате которого образовалась данная туманность? (8 баллов).

№	Объект	Главные особенности
1	Плеяды (M45)	рассеянное звездное скопление, звездная величина наиболее ярких звезд – $3 \div 4^m$, угловые размеры $110' \times 110'$
2	Кошачий Глаз, (NGC 6543)	планетарная туманность в созвездии Дракона, с угловыми размерами $23'' \times 17''$ и звездной величиной – $m = 9.8^m$
3	Летне-осенний треугольник	астеризм северного полушария небесной сферы. Представляет собой треугольник из трех ярких звезд: Вега ($18^h37^m30^s, +38^\circ48'01''; 0.0^m$), Денеб ($20^h42^m00^s, +45^\circ20'27''; 1.25^m$) и Альтаир ($19^h51^m36^s, +8^\circ54'49''; 0.75^m$)
4	M80	шаровое звездное скопление в созвездии Скорпиона, видимая звездная величина $m = 7.87^m$, угловой диаметр $D'' = 10''$
5	Галактика Андромеды (M31)	спиральная галактика в созвездии Андромеда, угловые размеры – $3.2 \times 1.0^\circ$, звездная величина – $m = +3.44^m$.
6	Мицар и Алькор	оптически двойная звезда, угловое расстояние между компонентами $d'' = 708''$, звездные величины $m_1 = 2.17^m, m_2 = 4.02^m$
7	NGC 4676 (Мыши)	это пара взаимодействующих галактик, размеры которых $1.4 \times 0.6'$ и $2.2 \times 0.8'$, звездные величины 13.5^m и 13.8^m , угловое расстояние между которыми – $d'' = 7'$
8	Сердце Карла (α Гончих псов)	визуально двойная звезда, угловое расстояние между компонентами $d'' = 19''$, звездные величины компонент $m_1 = 2.9^m, m_2 = 5.6^m$
9	M 57	планетарная туманность с угловыми размерами $2.5' \times 2'$ и звездной величиной – $m = 8.8^m$.
10	μ Близнецов	оптически двойная звезда, угловое расстояние между компонентами $d'' = 122''$, звездные величины $m_1 = 3.19^m, m_2 = 9.8^m$.

Таблица 2: некоторые достопримечательности ночного небосвода.

Задача № 11. «Фазы Меркурия и его элонгация»

Условие. На рис. 6 представлены фотографии Меркурия с различными фазами, полученные итальянским астрономом Д. Гаспарри. Известно, что фотографии были получены в окрестности наибольшей элонгации планеты, вскоре после захода Солнца. О какой именно элонгации здесь идет речь? Какой образ (укажите дату, отмеченную на рисунке под соответствующим фото) Меркурия наиболее близок к моменту данной элонгации? Оцените расстояние до планеты в момент элонгации в приближении круговых орбит Меркурия и Земли. Оцените угловой диаметр планеты на указанный момент. (9 баллов).

Задача № 12. «Астрономические сумерки в Самаре»

Условие. Оцените продолжительность (в сутках) «сезона астрономических сумерек» в г. Самаре ($\varphi_S = 53^\circ12'$), т.е. промежутка времени, в течение которого, на протяжении всего темного времени суток наблюдаются астрономические сумерки. Оцените даты наступления и окончания данного сезона. Рефракцией света в атмосфере Земли пренебречь. (10 баллов).

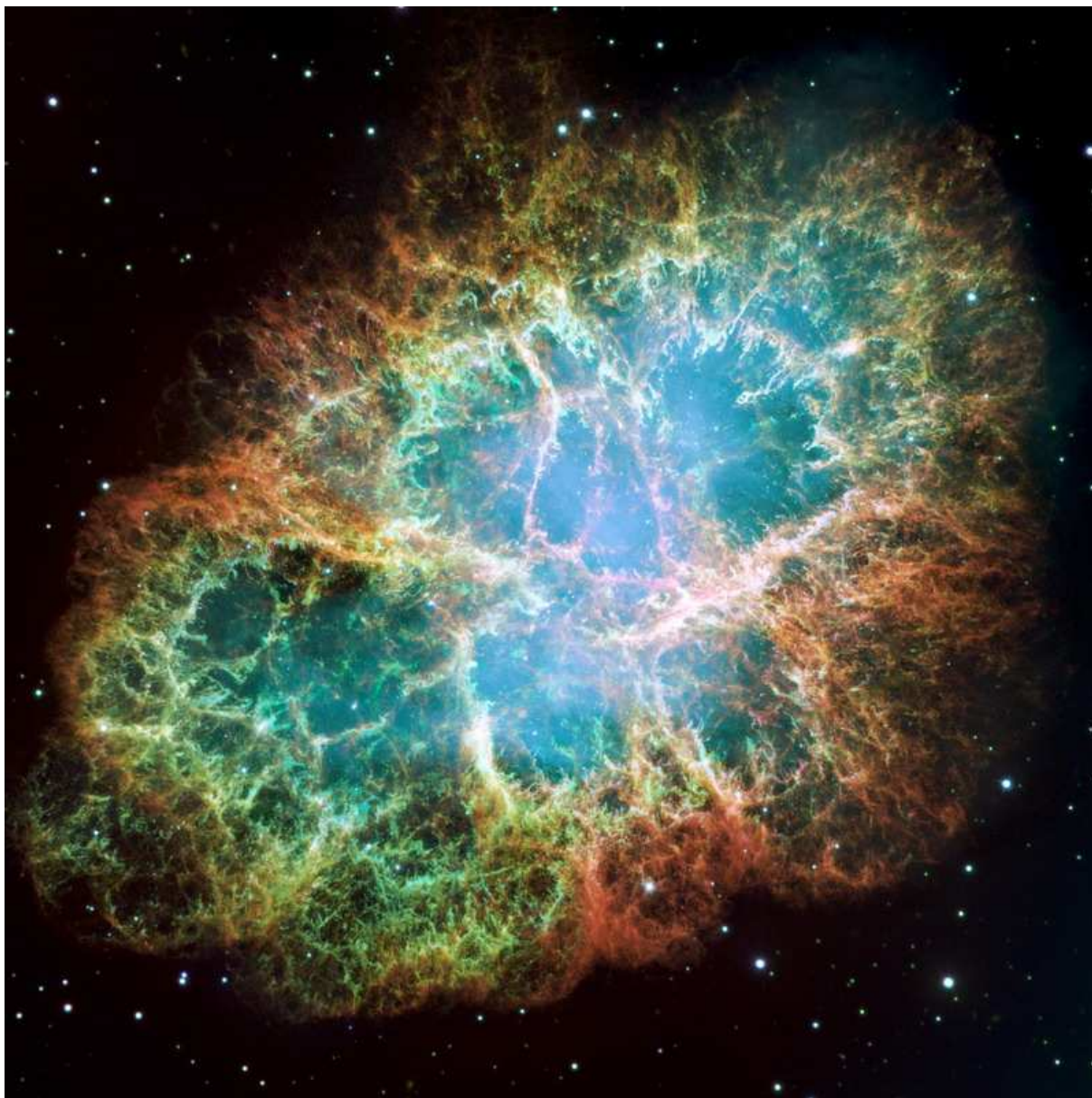


Рис. 5: Крабовидная туманность (M1).

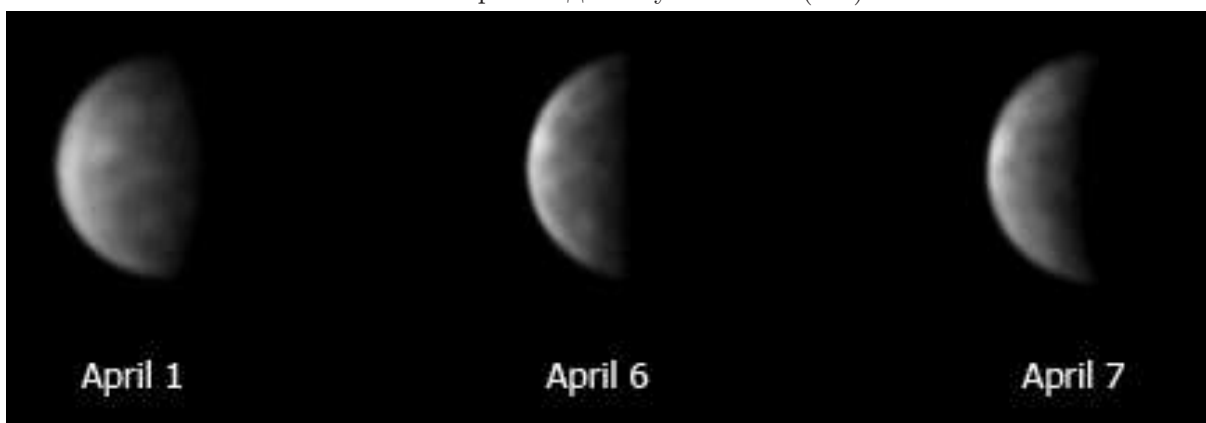


Рис. 6: фотографии Меркурия с различными фазами, полученные итальянским астрономом Д. Гаспарри.

Уровень «Профи» (уровень С)

Задача № 13. «Полярный день в г. Мурманске и склонение Солнца»

Условие. Определите значение склонения Солнца, при котором в г. Мур-

манске ($\varphi_M = 68^\circ 58'$) уже можно наблюдать полярный день? В расчетах следует учесть рефракцию света и конечность размеров солнечного диска. (11 баллов).

Задача № 14. «Продолжительность полярного дня в г. Мурманске»

Условие. Опираясь на результаты предыдущей задачи, оцените даты наступления и окончания полярного дня в г. Мурманске, а также его продолжительность. (12 баллов).

Задача № 15. «Космический корабль в пылевом облаке»

Условие. Космический корабль будущего, двигаясь в межзвездном пространстве по прямой (вдоль оси ОХ) со скоростью V_0 , налетел на межзвездное неподвижное пылевое облако. Следует полагать, что фронтальная часть корабля имела плоскую поверхность площадью S , перпендикулярную направлению скорости V_0 . Средняя масса одной пылевой частицы облака равна m_0 . Часть α пылинок облака, оказавшись липкими, соударялись с кораблем неупруго, остальные пылинки испытывали с обшивкой корабля упругие соударения. Концентрация пылевых частиц в облаке подчинялась закону:

$$n(x) = \left\{ \begin{array}{ll} n_0 x(D - x), & \text{если } 0 \leq x \leq D, \\ 0, & \text{если } x < 0, \text{ или } x > D. \end{array} \right\} \quad (1)$$

Для сохранения скорости движения корабля V_0 его капитан включил двигатели, развивающие силу тяги F . Определите а) время, в течение которого корабль прошел сквозь облако; б) максимальную силу тяги корабля F_{\max} ; в) работу двигателей корабля при прохождении в облаке первых ℓ метров ($\ell \ll D$). Изменением массы корабля, обусловленным работой двигателей при движении в облаке, пренебречь. (13 баллов).

Задача № 16. «Запуск спутника на орбиту»

Условие. У какой классической планеты Солнечной системы (справочные данные представлены в таблице 3) запуск ее искусственного спутника на круговую приповерхностную орбиту, с ее экватора будет сопровождаться минимальным относительным изменением величины механической энергии этого спутника? (13 баллов).

Задача № 17. «Звездная величина г. Самары для покорителя Луны»

Условие. В г. Самаре и пригородных областях сегодня насчитывается около 65 тысяч рабочих фонарей уличного освещения, предназначенных для освещения трасс, уличных дорог, территорий. Средняя мощность одной лампы такого фонаря составляет 250 Вт. Оцените интегральную звездную величину, которую будет иметь эта территория для покорителя Луны в ясную

Планеты земной группы				
Название	r_p , а.е.	\mathfrak{R}_p , км	P_p , сут	$\mathfrak{M}_p, \mathfrak{M}_\oplus$
Меркурий	0.387	2440	58.646	0.0527
Венера	0.723	6052	243.019	0.8148
Земля	1.000	6378	0.997	1.0000
Марс	1.520	3397	1.026	0.1075
Планеты-гиганты				
Название	r_p , а.е.	\mathfrak{R}_p , км	P_p , сут	$\mathfrak{M}_p, \mathfrak{M}_\oplus$
Юпитер	5.204	71492	0.4135	317.83
Сатурн	9.582	60268	0.4440	95.16
Уран	19.189	25559	0.7183	14.5
Нептун	30.071	24764	0.6713	17.20
Планеты-карлики				
Название	r_p , а.е.	\mathfrak{R}_p , км	P_p , сут	$\mathfrak{M}_p, \times 10^{20}$ кг
Плутон	39.264	1161	6.3872	130.5
Хаумеа	43.218	718	0.1631	40.06
Макемаке	45.715	751	0.3238	30.0
Эрида	67.958	1163	1.0792	167

Таблица 3: значения гелиоцентрического расстояния (r_p), радиуса (\mathfrak{R}_p), периода вращения (P_p) и массы (\mathfrak{M}_p) для планет Солнечной системы трех основных групп.

декабрьскую ночь, если альbedo снежного покрова составляет $A_s = 0.9$. Оцените также поверхностную яркость (в звездных величинах на квадратную секунду) данной территории, если суммарная площадь г. Самары и территории пригорода составляет 880 км^2 . (14 баллов).

Задача № 18. «Закон планетных расстояний Фесенкова»

Условие. В конце 50-х годов XX века советский академик В.Г.Фесенков предложил следующее правило (закон) для гелиоцентрического расстояния i -ой планеты (в порядке удаленности от Солнца) Солнечной системы в зависимости от ее массы:

$$r_i = r_{i-1} \left[1 + k \left(\frac{\mathfrak{M}_i}{\mathfrak{M}_\odot} \right)^{1/3} \right], \quad (2)$$

где r_i – среднее гелиоцентрическое расстояние i -й планеты от Солнца, \mathfrak{M}_i – ее масса; r_{i-1} – среднее гелиоцентрическое расстояние $i - 1$ -й планеты от Солнца; \mathfrak{M}_\odot – масса Солнца; k – коэффициент пропорциональности. С использованием данных по 8 классическим планетам и по 4 карликовым (см. таблицу 3), метода наименьших квадратов, определите коэффициент k в формуле (2) с максимально возможной точностью. Вычислите также абсолютные и относительные погрешности данных расстояний, определяемых формулой (2). (15 баллов).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Красная площадь и Луна»

Решение. Данная фотография сделана незадолго до праздничного салюта, т.е. вечером после захода Солнца. Вечером виден узкий серп "молодой" Луны, которая в ближайшем прошлом была в фазе новолуния. Следовательно, момент создания фотографии ближе всего по времени расположен к фазе новолуния. Стрелкой на рис. 7 указано направление на Солнце (направление, задаваемое центральной выпуклой частью серпа Луны. Именно в обратном направлении двигался свет от Солнца к Луне и, отражаясь от ее поверхности, фиксировался ПЗС-матрицей фотокамеры автора).

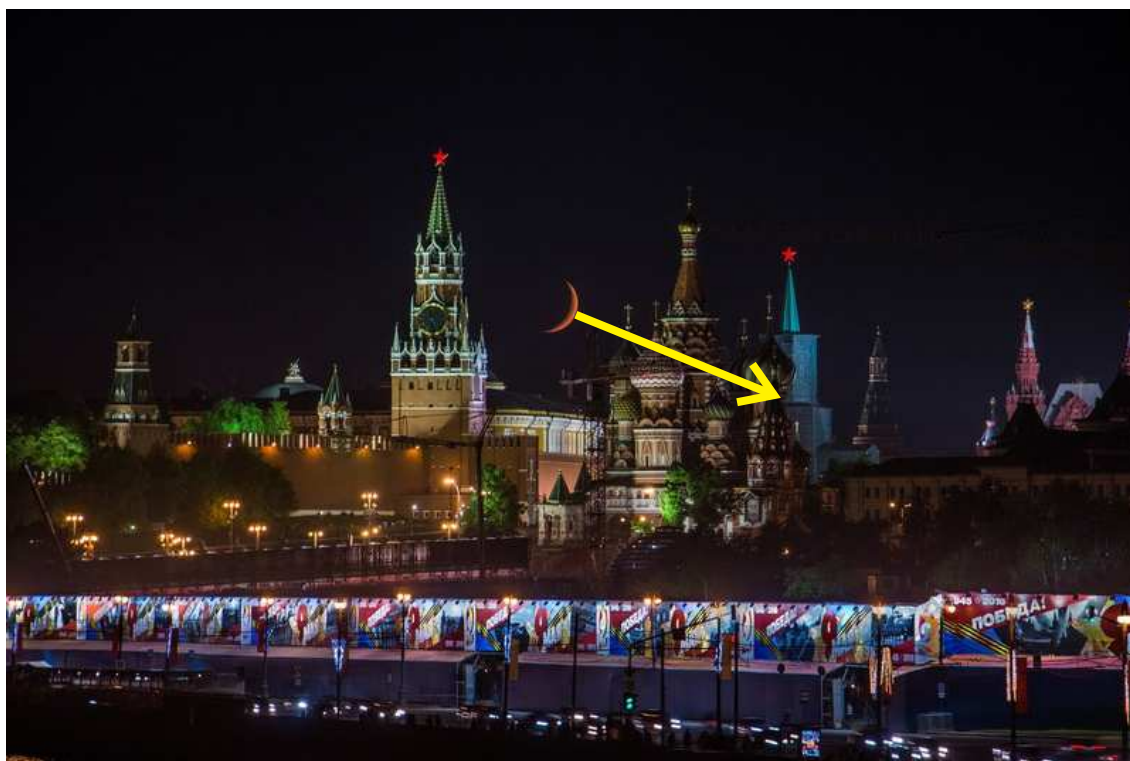


Рис. 7: Луна на фоне праздничного Кремля в г. Москва, 09.05.2016 года с указанием направления на Солнце (автор исходной фотографии – Сергей Желтоухов).

Ответ: стрелкой на рис. 7 указано направление на Солнце; момент создания фотографии ближе всего по времени расположен к фазе новолуния. ($\$_{\max} = 3$ балла).

Задача № 2. «Панорама звездного неба и объекты космоса»

Решение. Очевидно, что на фотографии представлены 1) планета Земля (средний радиус планеты равен 6371 км), 2) звезды (радиусы которых заключены в интервале $10^{-3}\mathcal{R}_{\odot} \div 2 \cdot 10^3\mathcal{R}_{\odot}$, где $\mathcal{R}_{\odot} = 6.955 \cdot 10^5$ км – радиус Солнца), 3) наша галактика "Млечный Путь" (радиус Галактики равен 15 кпк).

Ответ: 1) планета Земля ($\bar{R}_{\oplus} = 6371$ км), 2) звезды ($\bar{R}_{*} = (10^{-3} \div 2 \cdot 10^3)\mathcal{R}_{\odot}$, где $\mathcal{R}_{\odot} = 6.955 \cdot 10^5$ км), 3) наша галактика "Млечный Путь" ($\mathcal{R}_{MW} = 15$ кпк). ($\$_{\max} = 3$ балла).

Задача № 3. «Стадии солнечного затмения»

Решение. Согласно условию задачи фотографии затмений были получены вблизи истинного полудня, следовательно, Солнце и Луна находились вблизи небесного меридиана (в окрестности своей верхней кульминации). Здесь оба тела в суточном движении фактически перемещаются по небосводу параллельно горизонту, с востока на запад. Кроме того, направление собственного движения лунного диска в это время было также параллельно горизонту, при этом Луна перемещалась с запада на восток. Следовательно, начальная стадия солнечного затмения всегда сопровождается покрытием западной части диска, что именно представлено на рис. 3.а). Финальная стадия затмения сопровождается постепенным перемещением лунного диска в восточном направлении и частичным покрытием восточной части диска Солнца, что собственно представлено на рис. 3.б).

При *центральной* затмении движение центра темного диска Луны осуществляется вдоль прямой EW , проходящей через центр солнечного диска. В противном случае – затмение будет *частным*. Нетрудно убедиться, что в случае 3.а) затмение, вероятнее всего, было центральным. В случае 3.б), очевидно, что затмение было частным, поскольку центр диска Луны расположен гораздо выше прямой EW .

Ответ: на рис. 3.а) представлена начальная стадия солнечного затмения, вероятнее всего, здесь затмение было центральным; на рис. 3.б) представлена финальная стадия затмения, здесь затмение было частным. ($S_{\max} = 3$ балла).

Задача № 4. «Максимальная продолжительность солнечного затмения»

<u>Дано:</u> $D''_{\odot} = D''_{\zeta} = 32'$ $T_{\zeta} = 27.32$ сут.	<u>Решение:</u> Как было уже показано в предыдущей задаче, в случае рис. 3.а), вероятнее всего, затмение было центральным. Его продолжительность, очевидно, будет максимальной. Начало центрального затмения ознаменовано совпадением самой восточной точки темного диска Луны с самой западной точкой диска Солнца, конец затмения –
<u>Найти:</u> $\tau_{\text{eclipse}} - ?$	совпадением самой западной точки темного диска Луны с самой восточной точкой диска Солнца. Во время затмения Луна должна переместиться относительно Солнца на угол, равный $D''_{\odot} + D''_{\zeta} = 64'$. При этом собственное движение Луны по небосводу равно

$$\mu_{\zeta} = \frac{360^{\circ}}{T_{\zeta}} = 13.18^{\circ}/\text{сут} = 0.55^{\circ}/\text{час}. \quad (3)$$

В результате продолжительность центрального затмения равна

$$\tau_{\text{eclipse}} = \frac{D_{\odot} + D_{\zeta}}{\mu_{\zeta}} = 1.94 \text{ часа} \approx 1 \text{ час } 57 \text{ мин.}$$

Ответ: в случае рис. 3.а) затмение было центральным, а его продолжительность максимальной; $\tau_{\text{eclipse}} = \frac{D_{\odot} + D_{\zeta}}{\mu_{\zeta}} \approx 1 \text{ час } 57 \text{ мин.}$ ($\$_{\text{max}} = 4$ балла).

Задача № 5. «Обратное вращение Земли и продолжительность земных суток»

<u>Дано:</u> $S_{\oplus}^{(1)} = 24^{\text{ч}}00^{\text{м}}00^{\text{с}}$, $P_{\oplus} = 23^{\text{ч}}56^{\text{м}}04^{\text{с}}$.	<u>Решение:</u> Продолжительность суток на Земле определяется темпами и направлениями двух движений Земли относительно Солнца: ее орбитального обращения и осевого вращения. Продолжительность суток определяется синодическим периодом вращения планеты $S_{\oplus}^{(1)}$, который в силу совпадения направлений ее вращательных движений представляется в виде:
<u>Найти:</u> $\Delta S - ?$	

$$S_{\oplus}^{(1)} = \frac{P_{\oplus} T_{\oplus}}{T_{\oplus} - P_{\oplus}} = 24^{\text{ч}}00^{\text{м}}, \Rightarrow T_{\oplus} = \frac{P_{\oplus} S_{\oplus}^{(1)}}{S_{\oplus}^{(1)} - P_{\oplus}} = 365.25 \text{ сут.} \quad (4)$$

здесь T_{\oplus} – звездный год Земли или сидерический период обращения Земли вокруг Солнца. Последний результат можно получить, непосредственно как из уравнения синодического движения, так и из расчета данной величины с использованием кинематики равномерного вращения.

В случае обратного направления вращения Земли ее синодический период вращения есть

$$S_{\oplus}^{(2)} = \frac{P_{\oplus} T_{\oplus}}{T_{\oplus} + P_{\oplus}} = \frac{P_{\oplus}}{2 - P_{\oplus}/S_{\oplus}^{(1)}} = 23^{\text{ч}}52^{\text{м}}09^{\text{с}}. \quad (5)$$

Следовательно, на величину

$$\Delta S = S_{\oplus}^{(1)} - S_{\oplus}^{(2)} = 7^{\text{м}}51^{\text{с}}$$

продолжительность суток на Земле была бы короче в случае обратного вращения вокруг своей оси, нежели в случае ее прямого движения.

Ответ: $\Delta S = 7^{\text{м}}51^{\text{с}}$. ($\$_{\text{max}} = 4$ балла).

Задача № 6. «Масса одной чайной ложки темной материи»**Дано:**

$$m_{CDM} = (10^2 \div 10^3) m_n,$$

$$\rho_n \approx 3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3,$$

$$\rho_{CDM}/\rho_n = \left(\frac{m_{CDM}}{m_n}\right)^4,$$

$$m_w = 5 \text{ Г},$$

$$\rho_w = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Найти:

$$M_{CDM} - ?$$

Решение:

Согласно условию задачи ХТМ заполняет чайную ложку "с горкой", т.е. объем материи $V_{CDM} \approx 2V_{л}$, здесь $V_{л} = \frac{m_w}{\rho_w} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ – объем ложки, заполняемой водой до краев. Следовательно, масса одной ложки "с горкой" ХТМ есть

$$M_{CDM} = \rho_{CDM} V_{CDM} = 2 \rho_n \left(\frac{m_{CDM}}{m_n}\right)^4 V_{л}.$$

Учитывая далее, что масса одной частицы ХТМ принадлежит интервалу

$$100 m_n \leq m_{CDM} \leq 1000 m_n,$$

В результате масса чайной ложки ХТМ принадлежит интервалу:

$$3 \cdot 10^{20} \text{ кг} \leq M_{CDM} \leq 3 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

Очевидно, что верхняя граница интервала возможных значений M_{CDM} сопоставима с массой Земли (отличается менее чем в 2 раза). Учитывая, оценочный характер вычислений можно утверждать, что авторы указанного мнения фактически правы, если масса частицы темной материи как минимум в 10^3 раз больше массы

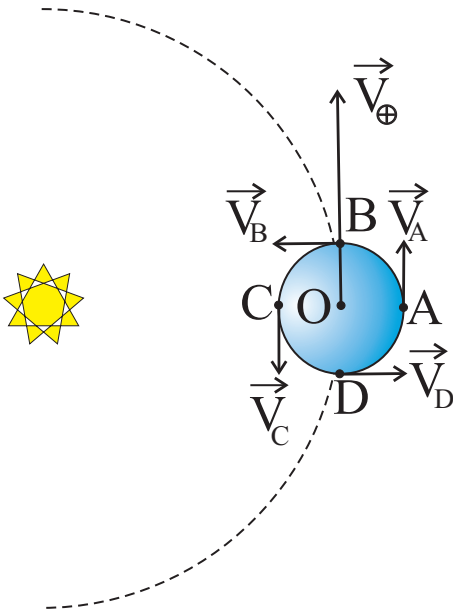


Рис. 8: к определению искомого нейтрона. В противном случае, данное утверждение неверно.

Ответ: авторы фактически правы, если масса частицы темной материи как минимум в 10^3 раз больше массы нейтрона. В противном случае, данное утверждение неверно. ($S_{\max} = 5$ баллов).

Уровень «Знарок» (уровень В)**Задача № 7. «Самые быстрая и медленная точки поверхности Земли»**

Решение: Как известно, точки поверхности Земли участвуют в двух видах вращательного движения: 1) в обращении Земли вокруг Солнца и во 2) вращении относительно центра планеты (см. рис. 8). Центр Земли (без учета влияния Луны) движется по почти круговой орбите, средняя скорость которого есть

$$V_{\oplus} = \frac{2 \pi a_{\oplus}}{T_{\oplus}} = 29.78 \text{ км/с}, \quad (6)$$

здесь $a_{\oplus} = 1.49597 \cdot 10^{11}$ м – большая полуось земной орбиты; $T_{\oplus} = 365.2564$ сут – период обращения Земли вокруг Солнца (звездный год). Скорость точек экватора планеты относительно ее центра представляется в виде:

$$\bar{v}_{\oplus} = \frac{2\pi R_{\oplus}}{P_{\oplus}} = 0.46 \text{ км/с}, \quad (7)$$

$R_{\oplus} = 6371$ км – средний радиус Земли; $P_{\oplus} = 86164$ с – период вращения Земли вокруг своей оси. Поскольку данные движения являются независимыми, то полный вектор скорости точек поверхности Земли относительно центра Солнца есть

$$\vec{V} = \vec{V}_{\oplus} + \vec{v}_{\oplus}, \Rightarrow V = \sqrt{V_{\oplus}^2 + v_{\oplus}^2 + 2V_{\oplus}v_{\oplus}\cos\alpha}.$$

Из последнего выражения следует, что в случае $\alpha = 0^{\circ}$ (что имеет место для точки A – самой удаленной от Солнца точки поверхности Земли, см. рис. 8), скорость достигает своего максимального значения

$$V_{\max} = V_{\oplus} + v_{\oplus} = 30.24 \text{ км/с}.$$

Минимальное значение гелиоцентрической скорости достигается в случае $\alpha = 180^{\circ}$ (что имеет место для точки C – самой близкой к Солнцу точки поверхности Земли, см. рис. 8):

$$V_{\min} = V_{\oplus} - v_{\oplus} = 29.32 \text{ км/с}.$$

Ответ: наибольшей скоростью ($V_{\max} = 30.24$ км/с) относительно Солнца обладает самая удаленная от Солнца точка поверхности Земли (точка A на рис. 8); наименьшей скоростью ($V_{\min} = 29.32$ км/с) относительно Солнца обладает самая близкая к Солнцу точка поверхности Земли (точка C на рис. 8). ($S_{\max} = 6$ баллов).

Задача № 8. «Трио ярких светил весеннего неба»

Решение. В мае 2016 года небосвод украшали трио ярких объектов ночного неба – Марс, Сатурн, Антарес. В этом можно легко убедиться, например, с помощью компьютерной программы Stellarium (см. рис. 9).

Согласно условию задачи водный канал располагался относительно астрофотографа вдоль полуденной линии, при этом свет от Полярной звезды падал ему в затылок, следовательно, сам канал "уходя" вдаль, упирался в точку юга. Это значит, что трио светил располагалось вблизи меридиана (незадолго до момента съемки они прошли свои точки верхней кульминации). Следовательно, дуги их суточных параллелей в точках, где они располагались, были параллельно горизонту. Следовательно, если перемещаться по участку фотографии со светилами справа налево, то их прямые восхождения должны возрастать. Следовательно, расстановка индексов пар координат должна быть такой, как это показано на рис. 10.



Рис. 9: симуляция южной части небосвода на 2.05.2016 года с использованием компьютерной программы Stellarium на широте г. Самары $\varphi = 53^{\circ}12'$, для 2 часов 55 мин по Самарскому времени.

Нетрудно убедиться с использованием экваториальных координат светил и карты звездного неба, что в момент съемки Антарес и Марс располагались в созвездии Скорпиона, а Сатурн – в Змееносце.

Ответ: Марс, Сатурн, Антарес; ответы на остальные вопросы представлены на рис. 10. ($S_{\max} = 7$ баллов).

Задача № 9. «Бинокль и наблюдения объектов ночного неба»

Решение: согласно условию задачи, все составляющие предложенного объекта должны быть отчетливо видны в бинокль, при этом в поле зрения бинокля должны полностью помещаться указанные составляющие. Это означает, что характерные угловые размеры (D'') данного объекта не должны быть больше поля зрения бинокля (ω). С другой стороны, чтобы эти компоненты были отчетливо видны или объект был виден как протяженный объект необходимо, чтобы его угловые размеры были не меньше разрешающей способности бинокля (β_b), т.е.

$$\beta_b \leq D'' < \omega.$$

Согласно, условию задачи разрешающая способность глаза наблюдателя в ночное время составляет $\beta_y = 4' = 240''$, тогда разрешающая способность

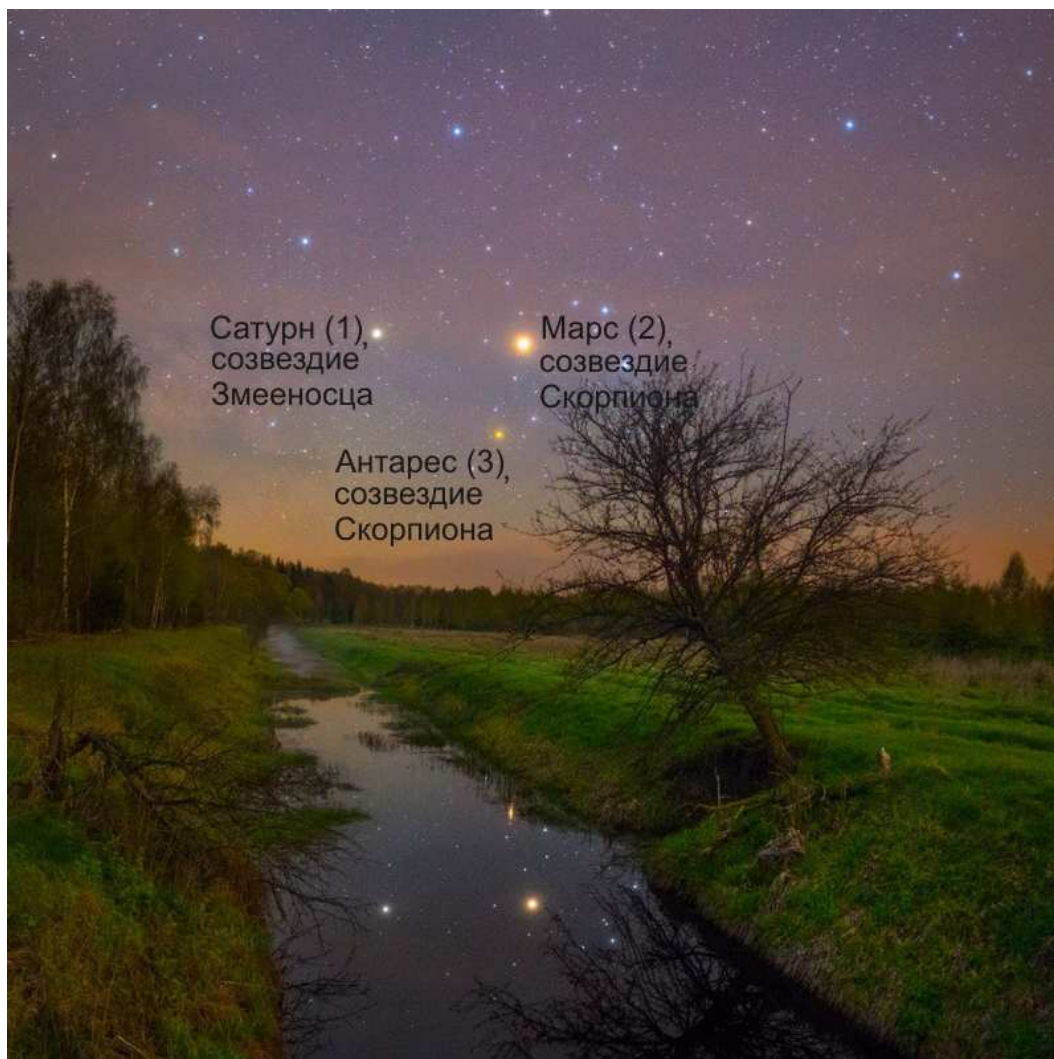


Рис. 10: Ночной пейзаж + панорама звездного неба с "летним треугольником" из ярких светил (автор – Виктор Малыщиц, источник – <https://vk.com/malyshchyts>), с указанием названий, индексов и созвездий, в которых они располагались.

бинокля в данных условиях будет равна

$$\beta_b = \frac{\beta_y}{\Gamma} = 30''. \quad (8)$$

Следовательно, ограничение на угловые масштабы объекта представляется в виде:

$$30'' \leq D'' < 8^\circ. \quad (9)$$

Чтобы составляющая объекта (например, звезда) была отчетливо видна, необходимо чтобы ее звездная величина (m_*) была не больше проникающей силы бинокля (m_b) в данных условиях, т.е.

$$m_* \leq m_b,$$

Определим проникающую силу бинокля в идеальных условиях наблюдений. Для этого учтем, что диаметр зрачка человека в ночное время составляет приблизительно $d_y = 6$ мм. Диаметр объектива бинокля, согласно условию

задачи, равен $D_T = 42$. Тогда отношение потоков излучения (от какого-либо небесного тела), собираемых биноклем и глазом наблюдателя, определяется как

$$\frac{\Phi_b}{\Phi_y} = \frac{E_* \pi D_T^2}{E_* \pi d_y^2} = \left(\frac{D_T}{d_y} \right)^2 = 49 \approx (2.512)^4.$$

Если проникающая сила здорового глаза наблюдателя в ночных условиях наблюдений есть $m_y = 6^m$, то проникающая сила бинокля есть

$$m_b^{(0)} \approx m_y + 4^m = 10^m.$$

Более точное значение можно получить с использованием известной логарифмической формулы:

$$m_b^{(0)} = 2.1^m + 5.0^m \lg D = 10.2^m. \quad (10)$$

Следовательно, проникающая сила бинокля в данных условиях есть

$$m_b = m_b^{(0)} - 1.5^m = 8.7^m. \quad (11)$$

Следовательно, звездная величина (m_*) составляющей объекта должна удовлетворять условию:

$$m_* \leq 8.7^m. \quad (12)$$

Очевидно, из списка предложенных космических объектов условиям (9), (12) удовлетворяют лишь 1) Плеяды (M45), 5) Галактика Андромеды (M31), 6) Мицар и Алькор. Именно данные объекты небосвода следует рекомендовать для наблюдений в данный оптический инструмент. Они будут выглядеть в него весьма эффектно.

Ответ: следует рекомендовать для наблюдений в данный оптический инструмент 1) рассеянное скопление Плеяды (M45), 5) Галактику Андромеды (M31), 6) Мицар и Алькор. ($\$_{\max} = 8$ баллов).

Задача № 10. «Крабовидная туманность: расширение и возраст»

Решение: Крабовидная туманность относится к классу диффузных туманностей – остатку сверхновой. Причина образования такой туманности – взрыв сверхновой второго рода около тысячи лет тому назад. Представляет собой останки взорвавшейся массивной звезды, раскаленную плазму общей массой 4.6 масс Солнца. Для определения скорости изменения углового радиуса Крабовидной туманности воспользуемся его определением:

$$\rho'' = \frac{R}{r} \times 206265'', \Rightarrow \Delta \rho'' = \frac{\Delta R}{r} \times 206265'', \Rightarrow \quad (13)$$

$$v_\rho = \frac{\Delta \rho''}{\Delta t} = \frac{1}{r} \left(\frac{\Delta R}{\Delta t} \right) \times 206265'' = \frac{V}{r} \times 206265'', \quad (14)$$

$$v_\rho = 5.01 \cdot 10^{-9''}/\text{с} = 15.8''/\text{столетие} = 0.26'/\text{столетие}.$$

Определим возраст туманности. Для этого будем использовать следующие упрощающие предположения¹:

1. характер распространения продуктов взрыва сверхновой является сферически симметричным, следовательно, туманность должна иметь форму шара. В качестве углового радиуса туманности возьмем среднее ее угловых размеров:

$$\bar{\rho}'' = \frac{1}{2} \left(\frac{D_1'' + D_2''}{2} \right) = 2.5'. \quad (15)$$

здесь $D_1'' = 6'$, $D_2'' = 4'$ – угловые размеры (диаметры) туманности.

2. Расширение туманности было равномерным. Следовательно, закон изменения углового радиуса туманности можно записать в виде:

$$\rho'' = v_\rho t.$$

Следовательно, легко оценить время существования туманности:

$$\tau_{\text{life}} = \frac{\bar{\rho}''}{v_\rho} = \frac{2.5'}{0.26'/\text{столетие}} = 962 \text{ года}. \quad (16)$$

Точные расчеты указывают на время жизни, равное 962 годам (туманность образовалась в 1054 году н.э., без учета эффекта запаздывания светового сигнала) на момент – октябрь 2016 года. Т.о. наши упрощающие предположения дают адекватную оценку искомой величины.

Отметим, что на самом деле, скорость расширения туманности медленно падает с течением времени, поскольку кинетическая энергия продуктов взрыва переходит в потенциальную энергию их гравитационного взаимодействия. Кроме того, взрыв сверхновой, как правило, асимметричен и потому диффузные туманности, остатки сверхновой традиционно не имеют шарообразной формы.

Ответ: Крабовидная туманность относится к классу диффузных туманностей – остатку сверхновой. Причина образования такой туманности – взрыв сверхновой второго рода; $v_\rho = 0.26'/\text{столетие}$; 962 года тому назад образовалась данная туманность. ($\$_{\text{max}} = 8$ баллов).

Задача № 11. «Фазы Меркурия и его элонгация»

Решение: Согласно условию задачи, фотографии Меркурия были получены в окрестности наибольшей элонгации планеты, вскоре после захода Солнца. Очевидно, что речь идет о восточной элонгации, см. рис. 11. В наибольшей элонгации фазовый угол Меркурия равен $\varphi_\zeta = 90^\circ$. Следовательно, фаза

¹В действительности, ни одно из этих условий строго не выполняется для сверхновых звезд.

Меркурия представляется в виде:

$$\Phi_{\text{☿}} = \frac{1}{2} (1 + \cos \varphi_{\text{☿}}) = \frac{1}{2}.$$

Очевидно, что данному значению фазы отвечает фотография Меркурия, полученная 6 апреля. Из прямоугольного треугольника, в вершинах которого расположены Солнце, Меркурий, Земля, согласно теореме Пифагора, можно определить расстояние до планеты в данной элонгации:

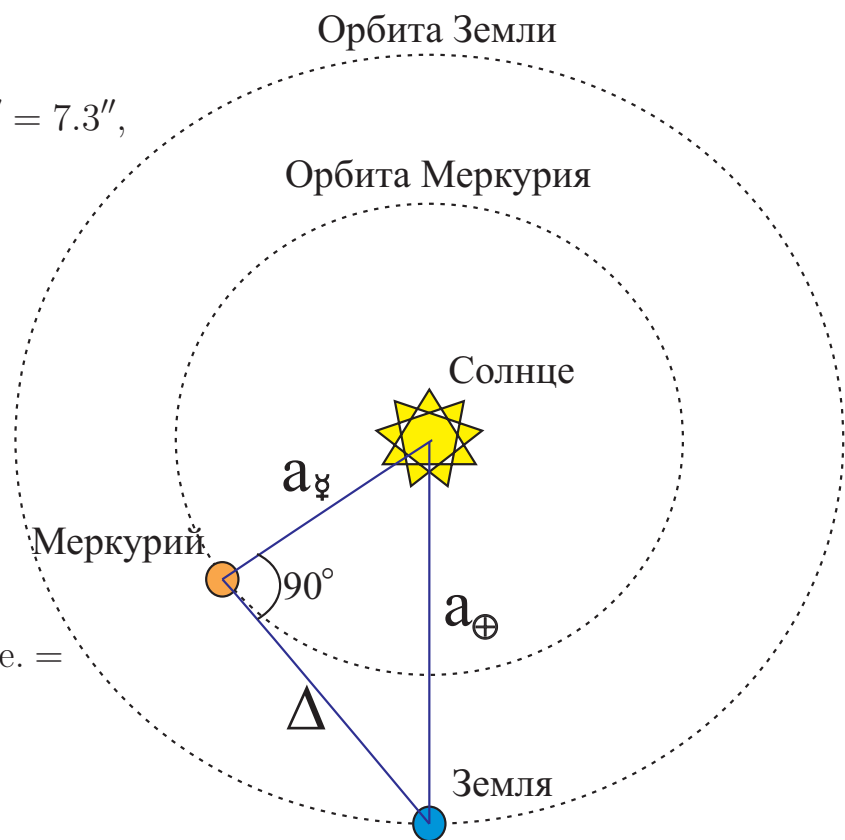
$$\Delta = \sqrt{a_{\oplus}^2 - a_{\text{☿}}^2} = 0.922 \text{ а.е.} = 1.379 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

здесь мы использовали справочные данные для больших полуосей Меркурия и Земли – $a_{\text{☿}} = 0.387 \text{ а.е.}$, $a_{\oplus} = 1.000 \text{ а.е.}$ С использованием определения углового диаметра планеты

$$D''_{\text{☿}} = 2 \left(\frac{\mathfrak{R}_{\text{☿}}}{\Delta} \right) \times 206265'' = 7.3'',$$

здесь мы также использовали радиус Меркурия $\mathfrak{R}_{\text{☿}} = 2439.7 \text{ км.}$

Ответ: Меркурий наблюдался в восточной элонгации; фотография, полученная 6 апреля, соответствует Меркурию в данной конфигурации; $\Delta = 0.922 \text{ а.е.} = 1.379 \cdot 10^8 \text{ км}$, $D''_{\text{☿}} = 7.3''$. ($\$_{\text{max}} = 9 \text{ баллов}$).



Задача № 12. «Астрономические сумерки в Самаре»

Рис. 11: к определению конфигурации Меркурия.

Решение: Как известно, *сумерками* называется промежуток времени перед восходом и после захода Солнца, во время которого естественный свет обеспечивается верхними слоями атмосферы, которые, принимая прямые солнечные лучи, рассеивают их часть на поверхность Земли. Различают *гражданские*, *навигационные* и *астрономические* сумерки, в зависимости от высоты Солнца под горизонтом. Во время астрономических сумерек высота Солнца (h_{\odot}) относительно горизонта должна удовлетворять условию

$$-18^{\circ} \leq h_{\odot} < -12^{\circ}. \quad (17)$$

При данных сумерках у земной поверхности уже совсем темно, но на небе еще сохраняется едва заметная заря; уже можно легко проводить наблюдения за небесными светилами, такими, как звезды, но все же сумерки препятствуют астрономическим наблюдениям слабых источников света (туманностей, галактик). Для того чтобы, наступил «сезон астрономических сумерек», необходимо чтобы высота Солнца в нижней кульминации ($h_{\odot}^{(\min)}$) была не меньше -18° , тогда

$$h_{\odot}^{(\min)} = \delta_{\odot} + \varphi_S - 90^\circ \geq -18^\circ, \Rightarrow \delta_{\odot} \geq 90^\circ - 18^\circ - \varphi_S = 18^\circ 48',$$

здесь мы учли, что широта г. Самары равна $\varphi_S = 53^\circ 12'$.

Далее необходимо выяснить, начиная с какого числа склонение Солнца удовлетворяет данному условию. Для этого воспользуемся следующей методикой вычислений искомой даты. Как известно, скорость суточного изменения склонения Солнца (δ_{\odot}) в течение года не постоянна – она равна

- $v_1 = |\Delta\delta_{\odot}/\Delta t| \approx 0.4^\circ/\text{сут}$ – в периоды $(T_{\gamma} - \Delta T, T_{\gamma} + \Delta T)$ и $(T_{\underline{\alpha}} - \Delta T, T_{\underline{\alpha}} + \Delta T)$;
- $v_2 = |\Delta\delta_{\odot}/\Delta t| \approx 0.1^\circ/\text{сут}$ – в периоды $(T_S - \Delta T, T_S + \Delta T)$ и $(T_W - \Delta T, T_W + \Delta T)$;
- $v_3 = |\Delta\delta_{\odot}/\Delta t| \approx 0.3^\circ/\text{сут}$ – в остальное время года.

здесь $T_{\gamma}, T_{\underline{\alpha}}$ – даты наступления весеннего и осеннего равноденствий соответственно, T_S, T_W – даты наступления летнего и зимнего солнцестояний соответственно; $\Delta T = 30$ сут. Далее рассмотрим ситуацию, реализующуюся в 2016 году. Здесь день летнего солнцестояния наступил 20.06 следовательно, в течение интервала (22.05, 20.06) склонение Солнца изменялось со скоростью v_2 . Следовательно, 22.05 склонение Солнца было равно $23^\circ 26' - 30 \cdot v_2 = 20^\circ 26'$. Ранее 22.05 склонение Солнца изменялось со скоростью v_3 . Тогда $(20^\circ 26' - 18^\circ 48')/v_3 = 5.4$ сут. Следовательно, уже в ночь на 17 мая можно было фиксировать начало сезона. Более точные расчеты, с использованием геометрии сферических треугольников, указывают на то, что уже в ночь на 15 мая можно было наблюдать астрономические сумерки на протяжении всей ночи в г. Самаре. Нетрудно убедиться в том, что дата окончания «сезона астрономических сумерек» приходится на 25.07 (при более точном расчете – 28.07). Следовательно, общая продолжительность данного сезона составляет 70 суток (75 суток).

Ответ: «сезон астрономических сумерек» наступает в г. Самаре 17 мая (более точно – 15 мая) и заканчивается 25 (28) июля. Общая продолжительность сезона 70 суток (75 суток). ($\$_{\max} = 10$ баллов).

Уровень «Профи» (уровень С)

Задача № 13. «Полярный день в г. Мурманске и склонение Солнца»

Решение:

1. Рассмотрим случай точечного Солнца (отождествим его с центром видимого диска Солнца, т.е. с *истинным солнцем*). Чтобы полярный день имел место необходимо, чтобы высота Солнца ($h_{\odot}^{(\min)}$) в нижней кульминации была не меньше нуля, т.е.

$$h_{\odot}^{(\min)} = \delta_{\odot} + \varphi_M - 90^{\circ} \geq 0^{\circ}, \Rightarrow \delta_{\odot} \geq \delta_{\odot}^{(0)} = 90^{\circ} - \varphi_M = 21^{\circ}12',$$

здесь $\varphi_M = 68^{\circ}58'$ – широта г. Мурманска (взято из сторонних источников). $\delta_{\odot}^{(0)}$ – минимальное значение склонения Солнца, при котором истинное Солнце в истинную полночь будет на горизонте.

2. Учтем конечность размеров видимого диска Солнца (его угловой радиус – $\rho''_{\odot} = 16'$). В этом случае полярный день уже наступает, когда верхняя точка диска Солнца расположена в истинную полночь на горизонте. Но склонение этой точки ($\delta_{\odot}^{(\text{up})}$) больше склонения истинного Солнца ($\delta_{\odot}^{(1)}$) на величину ρ_{\odot} . Следовательно, аналогичное условие можно записать для $\delta_{\odot}^{(\text{up})}$:

$$\delta_{\odot}^{(\text{up})} = 90^{\circ} - \varphi_M = 21^{\circ}12'.$$

Тогда ограничение на склонение истинного Солнца в данном случае может быть ослаблено до значения:

$$\delta_{\odot}^{(1)} = \delta_{\odot}^{(\text{up})} - \rho''_{\odot} = 20^{\circ}56'.$$

3. Учет рефракции сводится к тому факту, что именно данное явление "приподнимает" объекты, находящиеся вблизи горизонта на угол $\delta z = 35'$. Следовательно, ограничение на склонение истинного Солнца еще может быть понижено на величину δz :

$$\delta_{\odot}^{(2)} = \delta_{\odot}^{(1)} - \delta z = \delta_{\odot}^{(0)} - \rho''_{\odot} - \delta z = 20^{\circ}21'.$$

Ответ: $\delta_{\odot}^{(2)} = 20^{\circ}21'$. ($S_{\max} = 11$ баллов).

Задача № 14. «Продолжительность полярного дня в г. Мурманске»

Решение. Далее воспользуемся методикой определения искомого момента времени, которая была уже представлена в задаче № 12 настоящего релиза. Как было сказано выше, в течение промежутка времени (22.05, 20.07) скорость изменения склонения Солнца равна 0.1° в сутки (в частности, данная ситуация реализовалась в 2016 году). Максимального значения ($\delta_{\odot}^{(\max)} = 23^{\circ}26'$) склонение Солнца достигает 20.06. Следовательно, на начало 22 мая

склонение Солнца было равно $20^{\circ}26'$. В предыдущие сутки склонение Солнца изменялось со скоростью 0.3° в сутки или $18'$ в сутки. Следовательно, склонение Солнца на начало 21 мая было $20^{\circ}08'$. Следовательно, уже 21 мая в г. Мурманске начнется полярный день (более точный расчет с использованием геометрии сферического треугольника дает ту же дату). Аналогично рассуждая, можно показать, что полярный день закончится в г. Мурманске 21 июля. Общая продолжительность полярного дня около 62 суток.

Ответ: начало полярного дня – 21 мая, окончание – 21 июля; продолжительность дня – около 62 суток. ($S_{\max} = 12$ баллов).

Задача № 15. «Космический корабль в пылевом облаке»

Дано: $V_0, S, n(x),$ $m_0, \alpha.$
Найти: $t_{\text{fly}}, F_{\text{max}} - ?$ $A - ?$

Решение:

Согласно (1), характерный размер (диаметр) облака равен D . Поскольку, корабль все время двигался равномерно со скоростью V_0 , то время его движения сквозь облако есть

$$t_{\text{fly}} = \frac{D}{V_0}. \quad (18)$$

При движении в пылевом облаке на корабль будет действовать сила лобового сопротивления, которая обусловлена столкновением обшивки корабля с пылевыми частицами и передачей им импульса, а, следовательно, и энергии. Определим данную силу.

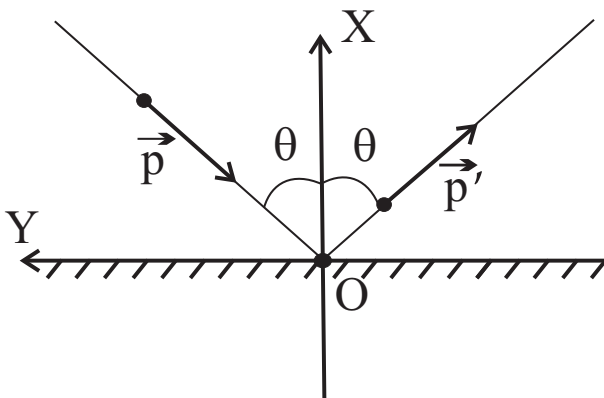


Рис. 12: к определению изменения импульса одной частицы.

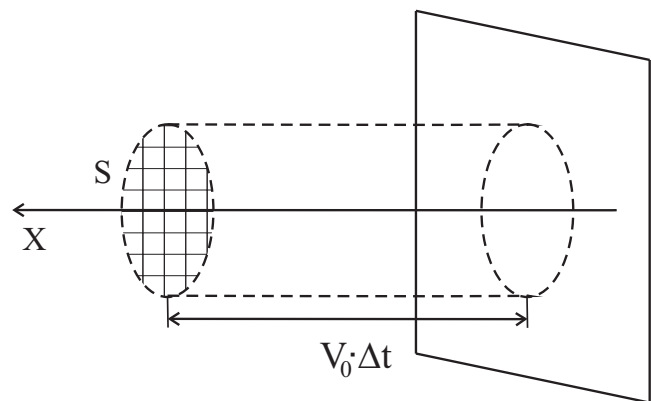


Рис. 13: к определению числа соударений ν о стенку сосуда.

Для этого рассмотрим процесс падения отдельной пылевой частицы массы m_0 на обшивку корабля. В случае упругого удара x и y -проекции изменения частицы на выбранные оси координат есть

$$\Delta p_x^{(1)} = p'_x - p_x = p \cos \theta - (-p \cos \theta) = 2m_0 V_{\text{rel}} \cos \theta,$$

$$\Delta p_y^{(1)} = p'_y - p_y = p \sin \theta - p \sin \theta = 0.$$

здесь V_{rel} – скорость движения частицы относительно корабля, θ – угол падения частицы на обшивку (см. рис. 12). Поскольку масса частиц много больше массы отдельных молекул газа, то их скорость хаотического движения пренебрежимо мала в сравнение с тепловой скоростью молекул при той же температуре (в силу зависимости $v \sim \sqrt{1/m_0}$). Следовательно, можно полагать, что $V_{\text{rel}} \approx V_0$. При этом углы падения будут малы и можно полагать что $\theta \approx 0^\circ$. Т.о. изменение импульса пылевой частицы осуществляется лишь в направлении движения корабля и равно $\Delta p_x^{(1)} = 2m_0 V_0$. Аналогично рассуждая, можно показать, что изменение импульса частицы при неупругом соударении – $\Delta p_x^{(2)} = m_0 V_0$. За малый промежуток времени Δt на фронтальную часть корабля падает N пылевых частиц, содержащихся внутри цилиндра, основание которого имеет площадь S (см. рис. 13). При этом

$$N = n \Delta V = n S V_0 \Delta t,$$

тогда изменение импульса всех частиц этого цилиндра, упруго отраженных от обшивки корабля, есть

$$\Delta P^{(1)} = (1-\alpha) N \Delta p_x^{(1)} = 2m_0(1-\alpha)n S V_0^2 \Delta t, \Rightarrow \frac{\Delta P^{(1)}}{\Delta t} = 2m_0(1-\alpha)n S V_0^2,$$

изменение импульса всех частиц этого цилиндра, испытавших неупругое столкновение с обшивкой корабля, есть

$$\Delta P^{(2)} = \alpha N \Delta p_x^{(2)} = m_0 \alpha n S V_0^2 \Delta t, \Rightarrow \frac{\Delta P^{(2)}}{\Delta t} = m_0 \alpha n S V_0^2.$$

С использованием закона изменения импульса и третьего закона Ньютона, x -проекция силы лобового сопротивления, действующая со стороны облака, представляется в виде:

$$F_x^{(r)} = - \left(\frac{\Delta P^{(1)}}{\Delta t} + \frac{\Delta P^{(2)}}{\Delta t} \right) = -m_0(2-\alpha)n S V_0^2. \quad (19)$$

Следовательно, закон изменения импульса космического корабля можно представить в виде:

$$\Delta m V_0 = (F + F_x^{(r)}) \Delta t, \Rightarrow F = \frac{\Delta m}{\Delta t} V_0 - F_x^{(r)} = m_0 \alpha n S V_0^2 + m_0(2-\alpha)n S V_0^2, \Rightarrow$$

$$F = 2 m_0 n S V_0^2.$$

т.о. сила тяги (F) двигателей космического аппарата в данном случае равна силе лобового сопротивления пылевого облака, в случае когда частицы облака испытывают лишь упругое столкновение с обшивкой корабля. Очевидно, что последняя величина принимает максимальное значение в случае, когда концентрация частиц достигает максимального значения. Опираясь на

результат (1) не трудно видеть, что концентрация частиц определяются параболической зависимостью от x . При этом ветки данной параболы направлены вниз, а максимум этой параболы достигается в точке $D/4$ ($n_{\max} = n_0 D^2/4$). Тогда

$$F_{\max} = 2 m_0 n_{\max} S V_0^2 = \frac{1}{2} m_0 n_0 D^2 S V_0^2. \quad (20)$$

Работа двигателей на первых ℓ метрах можно представить в виде:

$$A_\ell = F(x)\ell \approx 2 m_0 n_0 \bar{x} D S V_0^2 \ell \approx 2 m_0 n_0 \frac{\ell}{2} D S V_0^2 \ell = m_0 n_0 D S V_0^2 \ell^2. \quad (21)$$

При вычислении работы было учтено, что при малых x , согласно (1), $n \approx n_0 D \bar{x} = n_0 D \ell/2$.

Ответ: к задаче представляется результатами (18), (20), (21). ($\$_{\max} = 13$ баллов).

Задача № 16. «Запуск спутника на орбиту»

Решение: прежде всего определим относительное изменение энергии спутника:

$$\eta = \left| \frac{E^{(f)} - E^{(i)}}{E^{(i)}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{E^{(f)}}{E^{(i)}} - 1 \right| \cdot 100\%. \quad (22)$$

здесь $E^{(i)}$, $E^{(f)}$ – начальная и конечная механические энергии искусственного спутника (ИС). Очевидно, начальная механическая энергия есть сумма кинетической и потенциальной энергий ИС:

$$E^{(i)} = m \frac{V_i^2}{2} - \frac{G m \mathfrak{M}_p}{\mathfrak{R}_p}, \quad (23)$$

здесь m – масса спутника, \mathfrak{M}_p , \mathfrak{R}_p – масса и радиус планеты соответственно; V_i – начальная скорость ИС, обусловленная осевым вращением планеты, и представляемая в виде:

$$V_i = \frac{2\pi \mathfrak{R}_p}{T_p},$$

здесь T_p – период вращения планеты вокруг своей оси. Согласно (23) начальную механическую энергию можно представить в виде:

$$E^{(i)} = 2\pi^2 m \frac{\mathfrak{R}_p^2}{T_p^2} - \frac{G m \mathfrak{M}_p}{\mathfrak{R}_p}, \quad (24)$$

Поскольку спутник запускается на круговую приповерхностную орбиту радиуса r , то должно выполняться условие

$$r - \mathfrak{R}_p \ll \mathfrak{R}_p, r, \Rightarrow r \approx \mathfrak{R}_p.$$

При этом скорость спутника должна быть равна его первой космической скорости:

$$V_I = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_p}{\mathfrak{R}_p}}. \quad (25)$$

Тогда его конечная механическая энергия равна:

$$E^{(f)} \approx m \frac{V_I^2}{2} - \frac{G m \mathfrak{M}_p}{\mathfrak{R}_p} = -\frac{G m \mathfrak{M}_p}{2\mathfrak{R}_p}. \quad (26)$$

Согласно (22) величина η представляется в виде:

$$\eta = \left| \frac{G m \mathfrak{M}_p}{2\mathfrak{R}_p} \left[\frac{G m \mathfrak{M}_p}{\mathfrak{R}_p} - 2\pi^2 m \frac{\mathfrak{R}_p^2}{T_p^2} \right]^{-1} - 1 \right| \cdot 100\%, \Rightarrow$$

$$\eta = \left| \left[2 - \frac{4\pi^2 \mathfrak{R}_p^3}{G \mathfrak{M}_p T_p^2} \right]^{-1} - 1 \right| \cdot 100\%,$$

или

$$\eta = \left| \frac{1}{2 - \alpha_p} - 1 \right| \cdot 100\% = \left[\frac{1 - \alpha_p}{2 - \alpha_p} \right] \cdot 100\%, \text{ где } \alpha_p = \frac{4\pi^2 \mathfrak{R}_p^3}{G \mathfrak{M}_p T_p^2}. \quad (27)$$

Нетрудно убедиться, что параметр α_p равен отношению центростремительной силы, действующей на ИС на поверхности планеты (на экваторе) к силе притяжения. Для всех планет это величина меньше единицы. Результаты вычислений представлены в таблице 4.

Планета	\mathfrak{R}_p , км	P_p , сут	\mathfrak{M}_p , \mathfrak{M}_\oplus	α_p	η , %
Меркурий	2439.7	58.646	0.0527	$1.063 \cdot 10^{-6}$	50
Венера	6051.8	243.023	0.8148	$6.111 \cdot 10^{-8}$	50
Земля	6378.1	0.99727	1.0000	$3.462 \cdot 10^{-3}$	49.91
Марс	3396.2	1.02596	0.1075	$4.594 \cdot 10^{-3}$	49.88
Юпитер	71492	0.413542	317.83	$8.920 \cdot 10^{-2}$	47.67
Сатурн	60268	0.43941	95.16	$1.581 \cdot 10^{-1}$	45.71
Уран	25559	0.71833	14.5	$2.961 \cdot 10^{-2}$	49.25
Нептун	24764	0.66530	17.2	$2.646 \cdot 10^{-2}$	49.33

Таблица 4: значения гелиоцентрического расстояния (r_p), радиуса (\mathfrak{R}_p), периода вращения (P_p) и массы (\mathfrak{M}_p) для планет Солнечной системы трех основных групп.

Очевидно, что наименьшим значением параметра η (45.71%) обладает Сатурн.

Ответ: $\eta = 45.71\%$, Сатурн. ($\$_{\max} = 13$ баллов).

Задача № 17. «Звездная величина г. Самары для покорителя Луны»

Дано:

$$\begin{aligned} N &= 6.5 \cdot 10^4, \\ P_0 &= 250 \text{ Вт}, \\ A_s &= 0.9, \\ S_s &= 880 \text{ км}^2. \end{aligned}$$

Найти:

$$m_s, B_s - ?$$

Решение:

Как известно, уличные фонари как правило, имеют рефлекторы, направляющие поток света преимущественно на поверхность Земли. Как правило, в декабре-месяце на территории г. Самары и ее ближайших окрестностей уже имеется свежий снежный покров. Будем полагать, что весь поток света от фонаря величины P_0 , направляется на снежный покров. Тогда, суммарный поток излучения, отбрасываемый (рассеянный) снежным покровом от всех фонарей Самары и ее пригорода равен

$$\Phi_{\text{sca}} = A_s N P_0.$$

Поскольку поверхность снежного покрова имеет негладкую поверхность, со всевозможными ориентациями ледяных кристаллов, то можно полагать, что свет от фонарей рассеивается снежным покровом изотропно (одинаково по всем направлениям) в полусферу, радиус которой равен расстоянию ($a_M = 384399$ км – большая полуось лунной орбиты) от источника до приемника (покорителя Луны), а площадь поверхности – $S_{s-s} = 2\pi a_M^2$. Следовательно, освещенность, создаваемая фонарями Самары и ее окрестностей есть

$$E_s = \frac{\Phi_{\text{sca}}}{S_{s-s}} = \frac{A_s N P_0}{2\pi a_M^2} = 1.575 \cdot 10^{-11} \text{ Вт/м}^2. \quad (28)$$

Как известно, звезда с звездной величиной $m_0 = 0.0^m$ создает у поверхности Земли освещенность $E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2$. Найдем отношение данных величин

$$\frac{E_0}{E_s} = 1574 \approx 2.512^8, \Rightarrow m_s = m_0 + 8^m = 8^m.$$

Здесь мы учли, что отношение освещенностей двух источников равное 2.512, соответствует разности их звездных величин в 1^m . Т.о. интегральная звездная величина Самары и ее пригорода равна $+8^m$.

Для определения поверхностной яркости территории г. Самары и ее окрестностей необходимо вычислить освещенность (\mathcal{E}) создаваемую у поверхности Луны квадратной площадкой данной территории угловые размеры которой для наблюдателя с поверхности Луны будут $1'' \times 1''$. Вычислим телесный угол (Ω_s), под которым видна Самара с поверхности Луны, согласно определению:

$$\Omega_s = \frac{S_s}{a_M^2} = 5.955 \cdot 10^{-9} \text{ срад} = 253 \text{ кв. секунд.}$$

здесь мы учли что единица телесного угла $1 \text{ срад} = 4.254 \cdot 10^{10}$ квадратных

угловых секунд.

$$\mathcal{E} = \frac{E_s}{\Omega_s} = \frac{E_0}{2.512^8 \cdot 253} \approx \frac{E_0}{2.512^8 \cdot 2.512^6} = \frac{E_0}{2.512^{14}} = 6.225 \cdot 10^{-14} \text{ Вт/м}^2. \quad (29)$$

т.о. такая площадка у поверхности Луны создает освещенность в 2.512^{14} меньшую, нежели звезда с $m_0 = 0.0^m$. Следовательно, поверхностная яркость территории г. Самары и ее пригорода есть

$$B_s = m_0 + 14^m / \text{кв. сек} = +14^m / \text{кв. сек}. \quad (30)$$

Ответ: $m_s = +8^m$, $B_s = +14^m / \text{кв. сек}$. ($\$_{\max} = 14$ баллов).

Задача № 18. «Закон планетных расстояний Фесенкова»

Решение: прежде всего перейдем к новым переменным в законе (2): пусть

$$y_i = \frac{r_i}{r_{i-1}}, \quad x_i = \left(\frac{\mathfrak{M}_i}{\mathfrak{M}_\odot} \right)^{1/3}.$$

. Тогда данный закон можно представить в виде:

$$y_i = 1 + k x_i. \quad (31)$$

Далее воспользуемся **методом наименьших квадратов**. Суть данного метода заключается в нахождении коэффициента линейной зависимости, при котором функция одной переменной k

$$F(k) = \sum_{i=1}^N (y_i - (1 + k x_i))^2, \quad (32)$$

принимает наименьшее значение. То есть, при данном k сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от найденной прямой будет наименьшей. Таким образом, решение задачи сводится к нахождению минимума функции одной переменной $F(k)$. Преобразуем формулу (32):

$$\begin{aligned} F(k) &= \sum_{i=1}^N ((y_i - 1) - k x_i)^2 = \sum_{i=1}^N [(y_i - 1)^2 - 2k x_i (y_i - 1) + k^2 x_i^2] = \\ &= \sum_{i=1}^N (y_i - 1)^2 - 2k \sum_{i=1}^N x_i (y_i - 1) + k^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 = c - 2bk + ak^2, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\text{где } c = \sum_{i=1}^N (y_i - 1)^2, \quad b = \sum_{i=1}^N x_i (y_i - 1), \quad a = \sum_{i=1}^N x_i^2 > 0. \quad (34)$$

Очевидно, что функция (33) есть парабола по переменной k . Найдем нули функции $F(k)$:

$$ak^2 - 2bk + c = 0, \quad \Rightarrow \quad (35)$$

$$k_1 = \frac{1}{a} \left(b + \sqrt{b^2 - ac} \right), \quad k_2 = \frac{1}{a} \left(b - \sqrt{b^2 - ac} \right). \quad (36)$$

Планета	i	\mathfrak{M}_i , кг	x_i , $\times 10^{-3}$	a_i , а.е.	y_i	k	r_i , а.е.	Δr_i , а.е.	ε_{r_i} , %
Меркурий	1	$3.148 \cdot 10^{23}$	5.409	0.387	—	21.707	—	—	—
Венера	2	$4.866 \cdot 10^{24}$	13.476	0.723	1.869		0.500	0.223	30.8
Земля	3	$5.973 \cdot 10^{24}$	14.428	1.000	1.383		0.950	0.050	5.0
Марс	4	$6.421 \cdot 10^{23}$	6.860	1.524	1.524		1.149	0.375	24.6
Юпитер	5	$1.898 \cdot 10^{27}$	98.464	5.204	3.416		4.780	0.424	8.1
Сатурн	6	$5.684 \cdot 10^{26}$	65.872	9.582	1.841		12.646	3.064	32.0
Уран	7	$8.660 \cdot 10^{25}$	35.183	19.189	2.002		16.900	2.289	11.9
Нептун	8	$1.027 \cdot 10^{26}$	37.244	30.071	1.567		34.703	4.632	15.4
Плутон	9	$1.303 \cdot 10^{22}$	1.872	39.482	1.313		31.292	8.190	20.7
Хаумеа	10	$4.006 \cdot 10^{21}$	1.263	43.218	1.095		40.564	2.654	6.1
Макемаке	11	$3.000 \cdot 10^{21}$	1.147	45.715	1.058		44.294	1.421	3.1
Эрида	12	$1.670 \cdot 10^{22}$	2.033	67.781	1.483		47.732	20.049	29.6

Таблица 5: Результаты расчетов искомых величин и основные результаты

Поскольку ветки данной параболы направлены вверх (параметр $a > 0$), то данная парабола имеет лишь один минимум, который должен лежать на прямой (на оси симметрии кривой), уравнение которой есть

$$k_{\min} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) = \frac{b}{a} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (37)$$

В таблице 5 представлены численные значения параметров x_i , y_i . Здесь же представлены численное значение параметра k , гелиоцентрические радиусы планет, вычисленные согласно (2), абсолютные и относительные ошибки в определении искомых расстояний. Из данной таблицы видно, что с наибольшей точностью данный закон предсказывает гелиоцентрические расстояния Земли, Юпитера, Хаумеи, Макемаке (ошибка не превосходит 8.1%). С наибольшей ошибкой определяются расстояния до Марса, Сатурна и Эриды (ошибка достигает 32%).

Заметим, что точность прогнозов закона (2) можно повысить, если отказаться от предположения, что в данном законе первое слагаемое равно "1". Так на рис. 14.а) представлены все точки, соответствующие рассматриваемым планетам, а также две кривые, соответствующие зависимости вида (31) и ее обобщенной форме (построенной также по методу наименьших квадратов):

$$y = a + kx, \quad (38)$$

здесь a – параметр, отличный от "1". Из рисунка видно, что последняя кривая проходит более симметрично между данными точками, а следовательно, будет иметь большую точность.

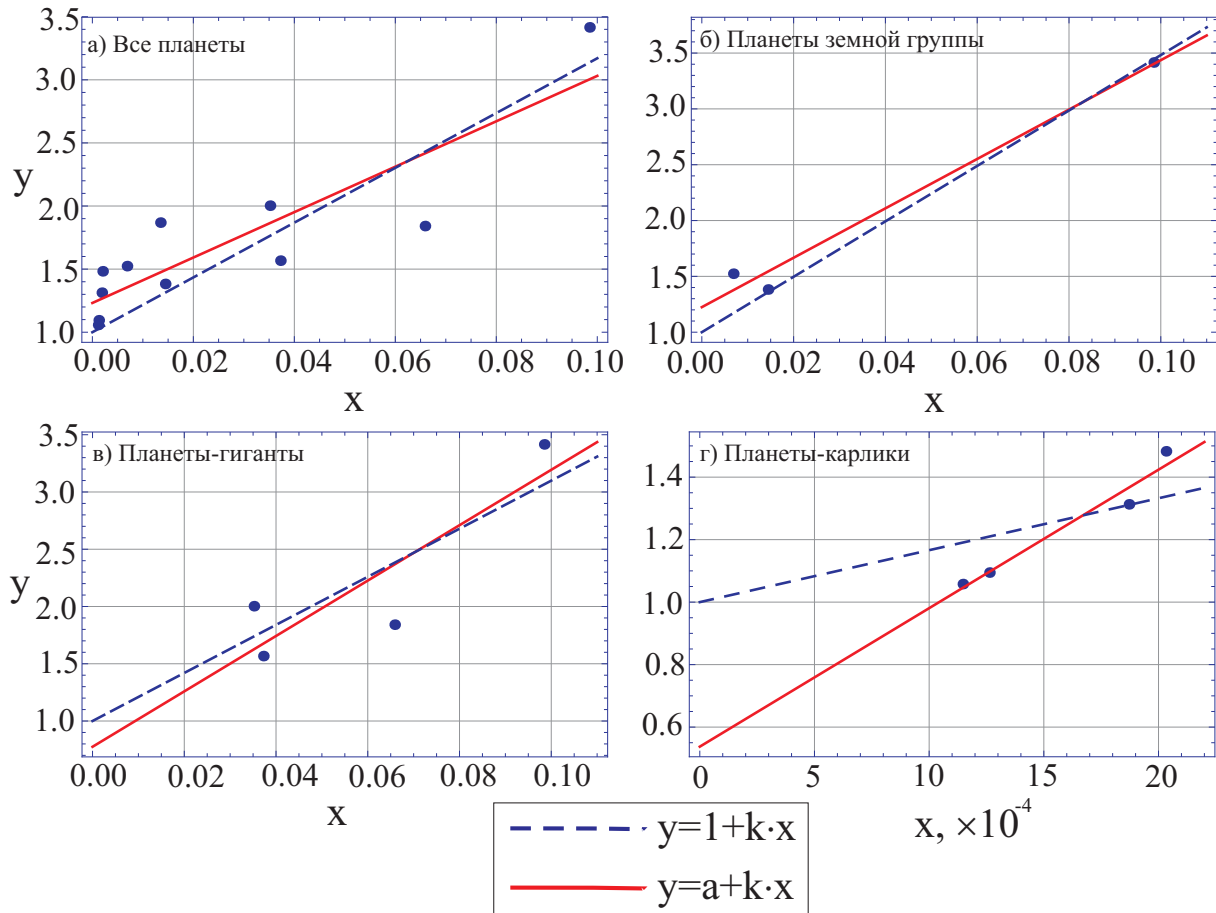


Рис. 14: точки, отвечающие данным по планетам и соответствующие линейные зависимости в случае а) всех планет, б) планет земной группы, в) планет-гигантов, г) планет-карликов.

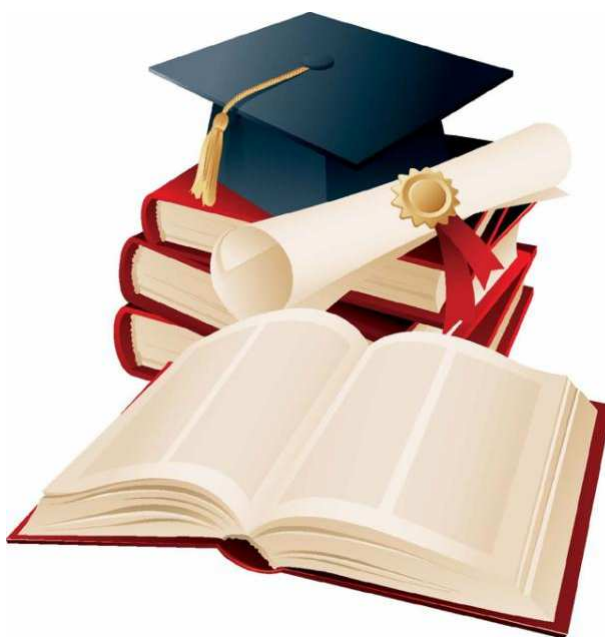
Планеты	Для зав-ти (2)	Для зав-ти (38)	
	k	a	k
Все	21.707	1.232	17.995
земной группы	24.820	1.224	22.120
гиганты	20.989	0.775	24.186
карлики	166.215	0.537	443.222

Таблица 6: значения параметров a, k для зависимостей (2), (38).

Можно также повысить точность закона, если отдельно рассмотреть точки, соответствующие планетам земной группы, планетам-гигантам и планетам-карликам (см. рис. 14.б-г). Для полноты картины в таблице 6 представлены значения коэффициентов k , в случае зависимости (2), так и коэффициенты (a, k) в случае (38). Из приведенных результатов видно, что значения коэффициента k для разных групп планет существенно различаются.

Ответ: $k = 21.707$, абсолютные и относительные погрешности данных расстояний представлены в таблице 5. ($S_{\max} = 15$ баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.